5. EEN THEORETISCHE BENADERING VAN HET AMBULANCEVERVOER

5.1. Probleemstelling

Wanneer er in eenbbepaald gebied in ons land zich ongevallen voordoen dan zijn er hiervoor een aantal karakteristiekenparameters te onderscheiden:

1) de tijd waarop dit ongeval plaatsvindt;
2) de plaats waar dit ongeval gebeurt;
3) het aantal ongevallen.

Daartegenover staat dat op snelle wijze hulp moet worden geboden zowel door snel ter plaatse te zijn alswel door deskundige hulp te bieden en het slachtoffer naar een ziekenhuis te brengen.
Het snel ter plaatse zijn hangt af van:

a) het aantal ambulances in dat gebied;
b) de stationnering van de ambulance;
c) de snelheid waarmee gereden kan worden;
d) de spreidingd van de ziekenhuizen.

Kortgezegd, tegenover een bepaalde vraag staat een bepaald aanbod.
Om deze relatie wat nader te kwantificeren is gezocht naar een mathematische beschrijving van vraag en aanbod of ook voor de vraag naar een ambulance en de beschikbaarheid van een ambulance.

Een benadering van dit probleem door middel van een mathematische beschrijving kan nader inzicht geven in effecten ten gevolge van veranderingen; b.v. uitbreiding van de bevolking, verkeersmaatregelen, opvoeringvvan de paraatheid.

Ervan uitgaande dat het spoedvervoer een volkómen willekeurige gebeurtenis is, is de theorie over de wachttijden van toepassing op het ambulance-spoedvervoer.

5.2.

De kans dat er een aanvraag binnenkomt als één ambulance weg is, is gelijk aan de kans dat de wachttijd tot de volgende aanvraag kleiner is dan m minuten, de tijd dat de ambulance weg is.
De kanstheorie leert dat deze kans

$$P\ (1) = 1 - e^{-\lambda . m} \qquad \text{(zie bijlage 5)}$$

Hierin is λ het aantal aanvragen per minuut en m de gemiddelde duur van een ambulance-rit in minuten.

Voor de kleine ambulancehouder (1 ambulance en een rayon van 15.000 inwoners op het platteland) volgt hieruit het volgende.

Voor hem is de maximale uurfrequentie ongeveer 0.04 spoedritten per uur, of ongeveer $\frac{0.04}{60}$ ritten per minuut.

De gemiddelde tijd dat de ambulance weg is is ongeveer 50 minuten. Derhalve is $\lambda.m \approx \frac{0.04}{60} \times 50 \approx 0.03$ en de kans op minstens één aanvrage voor spoedvervoer in de tijd dat de ambulance weg is, is $P\ (1) = 1 - e^{-0.03} \approx 0.03$; ofwel bij iedere 30 keren dat een ambulance onderweg is, kan aan een nieuwe aanvraag niet direkt voldaan worden.

5.3. De kans dat er minstens 2 ambulances gelijktijdig onderweg zijn, is gelijk aan de kans dat er een ambulance onderweg is en er een nieuwe aanvraag binnenkomt.
Uit de kanstheorie volgt dat bij λ aanvragen per minuut de kans op een ambulancerit in één uur tijd gelijk is aan $1 - e^{-60\lambda}$ (zie bijlage 5).
In het voorbeeld onder 2. is deze kans $1 - e^{-0.04} \approx 0.04$. De kans dat in dit geval minstens 2 ambulances gelijktijdig onderweg zijn, is derhalve $0.04 \times 0.03 = 0.0012$. Dit betekent het volgende. De λ is maximaal tussen 9.00 en 10.00 's morgens op werkdagen. Een jaar heeft ongeveer 250 werkdagen. De kans dat er minstens 2 ambulances gelijktijdig onderweg zijn tussen 9.00 en 10.00 uur 's morgens is 0.0012 ofwel in 1.000 dagen 1,2 keer ofwel 1 keer in de drie jaar tussen 9.00 en 10.00 uur 's morgens, maar ook 1 keer in de drie jaar tussen 10.00 en 11.00 's morgens, wanneer λ niet veel kleiner is.

5.4. De kanstheorie kent in het algemeen de volgende formule die de kans beschrijft dat er minstens n ambulances gelijktijdig onderweg zijn in een bepaald uur van de dag:

$$Q\ (n) = R\ (\lambda)\ .\ P\ (n-1)$$

$$= (1-e^{-60\lambda}).(1 - \sum_{i=0}^{n-2} e^{-\lambda.m} \frac{(\lambda m)^{i}}{i!}) \quad \text{(zie bijlage 5)}$$

Hierin is:

λ het aantal aanvragen per minuut;

m de gemiddelde duur van een ambulance-rit;

R (λ) de kans dat er in het beschouwde uur van de dag een ambulance-rit is;

P (n-1) de kans dat er tijdens die rit minstens n-1 nieuwe aanvragen binnenkomen.

Wanneer λ en m bekend zijn dan kan Q (n) berekend worden.
Zo was in het voorbeeld onder 2. $\lambda = \frac{0.04}{60}$ en m = 50 en

$$Q\ (2) = R\ (\frac{0.04}{60})\ .\ P\ (1)$$
$$\approx 0.04 \quad .\ 0.03 \approx 0.0012$$

Omgekeerd kan met de formule worden berekend hoe groot het aanjtal ambulances (n) moet zijn bij bepaalde λ en m, zodat de kans dat minstens n ambulances onderweg zijn kleiner is dan 1% (of 0,1%) en de kans op minstens n-1 ambulances groter is dan 1% (of 0,1%).
Het resultaat hiervan vormendde tabellen I (1%) en II (0,1%); (zie ook onder 6).

5.5. Een kanspercentage van 1% (o,1%) heeft de volgende betekenis. Een jaar heeft ongeveer 250 werkdagen. Een kans van 1% in een bepaald uurvak betekent 2,5 dag per jaar. De maximale frequentie komt in ongeveer 5 uurvakken voor. 1% betekent dus ongeveer 12,5 dag per jaar of één in de maand en 0,1% betekent ongeveer eens in het jaar.

5.6. Uit de tabellen I en II kan o.a. het volgende worden afgelezen.
Bij een uurfrequentie van 1,0 en een gemiddelde duur van 40 minuten voor een ambulancerit is de kans (zie tabel I) dat minstens 5 ambulances gelijktijdig onderweg zijn kleiner dan 1% en de kans dat minstens 4 ambulances gelijktijdig onderweg zijn groter dan 1% en uit tabel II volgt, dat de kans dat minstens 6 ambulances gelijktijdig onderweg zijn kleiner is dan 0,1% en dat minstens 5 ambulances gelijktijdig onderweg zijn groter dan 0,1% is.
Dit betekent dat ongeveer eens in de maand een 5^e ambulance nodig is en dat ongeveer eens in het jaar een 6^e ambulance nodig is.

5.7. Uit de registratie ambulancevervoer volgt dat gemiddeld in Nederland de maximale uurfrequentie ongeveer 0,4 spoedritten per 100.000 inwoners is en dat er gemiddeld 40 minuten gereden wordt tijdens een spoedrit. De frequentie per minuut is dus gemiddeld ongeveer $\frac{0,4}{60}$. Met behulp van deze waarden zijn in onderstaande tabel het benodigd aantal ambulances voor het spoedvervoer berekend.

Rayongrootte (aantal inw.)	maximale uurfrequentie 1)	gemiddelde ritduur 1)	Aantal ambulances Q=1%	Q=0,1%
12.500	0,05	40	2	3
25.000	0,1	40	2	3
50.000	0,2	40	3	4
100.000	0,4	40	3	4
250.000	1,0	40	5	6
500.000	2,0	40	7	8

1) Deze gegevens zijn gebaseerd op de gemiddelde situatie in Nederland, bij het ambulance-spoedvervoer.

5.8. Opmerking

Een ambulancehouder met maximale uurfrequentie van 0,05 en een gemiddelde rijtijd van 40 minuten heeft ongeveer eens in de maand een 2^{e} ambulance nodig en ongeveer eens in het jaar een 3^{e} ambulance.

Wanneer twee dergelijke ambulancehouders (ieder max. 0,05 rit per uur een een gemiddelde rijtijd van 40 minuten) gaan samenwerken in één ambulancedienst met gemeenschappelijke verbindingsdienst wordt de uurgrequentie voor deze dienst 0,1 en de gemiddelde rijtijd 40 minuten. Ze hebben samen ongeveer eens in de maand een 2^{e} ambulance nodig en ongeveer eens in het jaar een 3^{e} ambulance nodig.

In de eerste situatie hebben ze samen 2 x 2 (3) = 4 (6) ambulances nodig; in de tweede situatie hebben ze samen 2 (3) ambulances nodig.

Er wordt bij deze redenering vanuit gegaan dat de ambulances niet te ver uit elkaar komen te staan om binnen redelijke tijd op iedere plaats te kunnen arriveren.

BIJLAGE 5

1. Het ambulancevervoer c.q. iedere aparte soort ambulancevervoer, zoals verkeersongevallen vervoer, hartinfarctenvervoer, enz. voldoet aan de voorwaarden van een Markovproces. Deze voorwaarden zijn:

1. vraag naar ambulancedienst verloopt volgens een Poissonproces met parameter λ, gemiddeld aantal aanvragen per tijdseenheid (minuten);
2. de duur^{m} van de dienstverlening is gemiddeld constant.

De vraag die, interessant is, is de volgende:
"Hoe groot is de kans dat de wachttijd tot de k^e vraag naar een ambulancedienst verlening kleiner is dan de gemiddelde duur van een dienstverlening ?"
Een andere vraag is: "Hoeveel ambulances zijn er bij een bepaalde λ en m nodig, zodat de kans dat er een ambulancedienstverlening gevraagd wordt als alle ambulances in het rayon rijden kleiner is dan 0,001 ?"

2. Noem W_k de wachttijd tot de k^e aanvraag van een ambulancedienst. $W_k \leq m$ betekent dan minstens k aanvragen in m minuten.

Noem A_m het aantal aanvragen in m minuten. Deze A_m heeft een Poissonverdeling met parameter $\alpha = \lambda \cdot m$.

Noem $P\,(W_k \leq m)$ de kans dat $W_k \leq m$ dan geldt:

$$P\,(W_k \leq m) = P\,(A_m \geq k) = 1 - P\,(A_m < k) = 1 - \sum_{i=0}^{k-1} e^{-\alpha} \cdot \frac{\alpha^i}{i!}$$

$P\,(W_k \leq m)$ wordt verder afgekort tot $P\,(k)$.

Dan geldt: $P\,(k) = 1 - \sum_{i=0}^{k-1} e^{-\alpha} \cdot \frac{\alpha^i}{i!}$

Deze $P\,(k)$ is dus de kans op minstens k aanvragen gedurende een tijd m, de gemiddelde duur van een ambulancerit.

3. λ en m zijn onder meer afhankelijk van het uur van de dag.
Vraag: "Hoe groot is de kans dat er minstens n ambulances gelijktijdig onderweg zijn in een bepaald uurvak ?"
Noem deze kans Q (n). Dan is:

$$Q(n) = R(\lambda) \cdot P(n-1)$$

of in woorden de kans dat minstens n ambulances in een bepaald uurvak gelijktijdig onderweg zijn, is gelijk aan de kans dat er een ambulance onderweg is in dat uurvak en er minsten n-1 aanvragen zijn, voordat genoemde ambulance terug is.

R (λ) is de kans op een aanvraag in beschouwd uurvak, ofwel is de kans dat de wachttijd tot een aanvraag kleiner of gelijk is aan 60 minuten.

$$R(\lambda) = 1 - e^{-60\lambda}$$

Hieruit volgt tenslotte dat:

$$Q(n) = (1 - e^{-60\lambda}) \cdot P(n-1)$$

$$= (1 - e^{-60\lambda}) \cdot \left(1 - \sum_{i=0}^{n-2} e^{-\lambda m} \frac{(\lambda m)^i}{i!}\right)$$

<u>Opmerking</u>

1. Als λ groot is dan is $1-e^{-60\lambda} \approx 1$ en is de kans dat minstens n ambulances gelijktijdig onderweg zijn vrijwel gelijk aan de kans op minstens n-1 aanvragen gedurende de tijd dat een ambulance onderweg is.
2. Als λ klein is dan is $1-e^{-60\lambda}$ duidelijk kleiner dan 1 en is de kans dat minstens n ambulances gelijktijdig onderweg zijn duidelijk kleiner dan de kans op minstens n-1 aanvragen gedurende de tijd dat er een ambulance weg is.

4. Met behulp van de formule kan Q (n) berekend worden als λ en m bekend zijn. Een statische kans van 1% betekent dat in 100 beschouwde uurvakken het 1 keer zal voorkomen dat er n of meer ambulances gelijktijdig onderweg zijn.
Als λ en m bekend zijn, kan met de formule voor Q (n) ook n zó bepaald worden dat $Q(n) \leq 0{,}01$ en $Q(n-1) > 0{,}01$.
Deze n is voor een aantal waarden van λ en m, die normaal genoemd kunnen worden voor het ambulancevervoer in Nederland, berekend voor een kans van 1% en 0,1% (zie tabel I en II).

In de tabel staan de waarden voor $\lambda' = 60\lambda$, de uurfrequentie vermeld en de tijd in minuten.
Voor $\lambda' = 0.5$ en $m = 45$ minuten leest men bij in tabel II af dat de kans dat minstens 5 ambulances gelijktijdig onderweg zijn kleiner is dan 0,1% en dat de kans dat minstens 4 ambulances gelijktijdig onderweg zijn groter is dan 0,1%.
In tabel I staat verder dat bij $\lambda' = 0,5$ en $m = 45$ de kans op 4 ambulances gelijktijdig onderweg kleiner is dan 1%.

TABEL I

m (in minuten) --->

1%	20	25	30	35	40	45	50	60	70	80	90
λ' = 0.01	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
0.02	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
0.03	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
0.04	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
0.05	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
0.10	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3
0.15	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
0.20	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
0.25	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4
0.30	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4
0.35	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
0.40	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4
0.45	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5
0.50	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5
0.60	3	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5
0.70	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	6
0.80	4	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6
0.90	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6
1.00	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6	7
1.50	5	5	5	5	6	6	6	7	7	8	8
2.00	5	5	6	6	7	7	7	8	8	9	10
2.50	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	11
3.00	6	6	7	7	8	8	9	10	10	11	12
3.50	6	7	7	8	8	9	9	10	11	12	13
4.00	7	7	8	8	9	10	10	11	12	13	14
4.50	7	8	8	9	10	10	11	12	13	14	15
5.00	7	8	9	10	10	11	12	13	14	15	17
6.00	8	9	10	10	11	12	13	14	16	17	19
7.00	9	10	10	11	12	13	14	16	17	19	21
8.00	9	10	11	12	13	14	15	17	19	21	23
9.00	10	11	12	13	14	15	17	19	21	23	25
10.00	10	12	13	14	15	17	18	20	22	25	27

λ' is de uurfrequentie ($\lambda' = 60\lambda$)

TABEL II

m (in minuten) →

λ' = ↓

1%	20	25	30	35	40	45	50	60	70	80	90
0.01	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
0.02	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
0.03	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3
0.04	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3
0.05	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
0.10	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
0.15	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
0.20	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4
0.25	3	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5
0.30	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5
0.35	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5
0.40	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6
0.45	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6
0.50	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6
0.60	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	7
0.70	4	5	5	5	5	6	6	6	6	7	7
0.80	5	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7
0.90	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7	8
1.00	5	5	6	6	6	6	7	7	7	8	8
1.50	6	6	6	7	7	7	8	8	9	9	10
2.00	6	7	7	8	8	8	9	9	10	11	11
2.50	7	7	8	8	9	9	10	11	11	12	13
3.00	7	8	8	9	10	10	11	12	12	13	14
3.50	8	8	9	10	10	11	11	12	14	15	16
4.00	8	9	10	10	11	12	12	13	15	16	17
4,50	8	9	10	11	12	12	13	14	16	17	18
5.00	9	10	11	11	12	13	14	15	17	18	19
6.00	10	11	12	13	13	14	15	17	18	20	22
7.00	10	11	13	14	15	16	17	18	20	22	24
8.00	11	12	13	15	16	17	18	20	22	24	26
9.00	12	13	14	16	17	18	19	22	24	26	28
10.00	12	14	15	17	18	19	21	23	26	28	30

λ' is de uurfrequentie ($\lambda' = 60\lambda$)

Van: van Winkel
Aan: Luidinga

Gezien bijgaand verslag is het wenselijk een nader inzicht te verkrijgen in de variaties van gemiddeld aantal ritten per uur en gemiddelde duur per uurvak en per soor dag van de week.
Dit voor alle ambulancediensten apart. Er zijn 247 geregistreede ambulancediensten in Nederland, waarvan er ca 10 % niet meegedaan hebben aan de registratie ambulancevervoer.

Voorgestelde tabellen:

		spoedvervoer		verkeersongeval		hartinfarct	besteld vervoer
		aantal ritten	gemiddelde duur per rit	aantal ritten	gemiddelde duur per rit	idem	idem
00	we						
	za						
	zo						
01	we						
	za						
	zo						
23	we						
	za						
	zo						

Opm 1) We maandag t/m vrijdag

2) Voor gemiddelde tijdsduur te nemen het tijdsinterval vertrek ambulance - einde rit.

3) De gemiddelde duur van de ritten die in het betreffende uurvak beginnen.

Leidschendam 9 december 1976.

Auteur: van Winkel.

Het ambulancevervoer, cq iedere aparte soort ambulancevervoer, zoals verkeersongevallen vervoer, hartinfarctenvervoer, enz voldoet aan de voorwaarden van het Markovproces. Deze voorwaarden zijn:

1. vraag naar ambulancedienst verloopt volgens een Poissonproces met parameter λ, gemiddeld aantal aanvragen per tijdseenheid.
2. de duur m van de dienstverlening is gemiddeld constant.

In een rayon van 300.000 inwoners zijn volgens de gemiddelde situatie in Nederland deze getallen $\lambda = \frac{1}{60}$ per minuut en $m = 40$ minuten voor het uurvak 15.00 - 16.00 uur.

De vraag die, interessant is, is de volgende:

Hoe groot is de kans dat de wachttijd tot de k^e vraag naar een ambulancedienst kleiner is dan de gemiddelde duur van een dienstverlening?

Anders geformuleerd. Hoeveel ambulances zijn er bij een bepaalde λ en m nodig, zodat de kans dat er een ambulancedienst gevraagd wordt als alle ambulances in het rayon rijden kleiner dan 0.001 is, d.w.z. minder dan eenmaal in ongeveer 3 jaar.

Noem W_k de wachttijd tot de k^e aanvraag van een ambulancedienst.
$W_k \leqslant m$ betekent dan minstens k aanvrage in m minuten.

Noem A_m het aantal aanvrage in m minuten. Deze A_m heeft een Poissonvrdeling met parameter $\alpha = \lambda m$.

Noem $P(W_k \leqslant m)$ de kans dat $W_k \leqslant m$ dan geldt:

$$P(W_k \leqslant m) = P(A_m \geqslant k) = 1 - P(A_m < k) = 1 - \sum_{j=0}^{k-1} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}.$$

Met behulp van deze formule kan α berekend worden bij een kans van bijvoorbeeld 0.001

$P(W_k \leqslant m)$ wordt verder afgekort tot $P(k)$.

Dan geldt $P(k) = 1 - \sum_{j=0}^{k-1} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}$.

Als a de gewenste kans is dan luidt de formule

$$P(k) = 1 - \sum_{j=0}^{k-1} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!} = a.$$

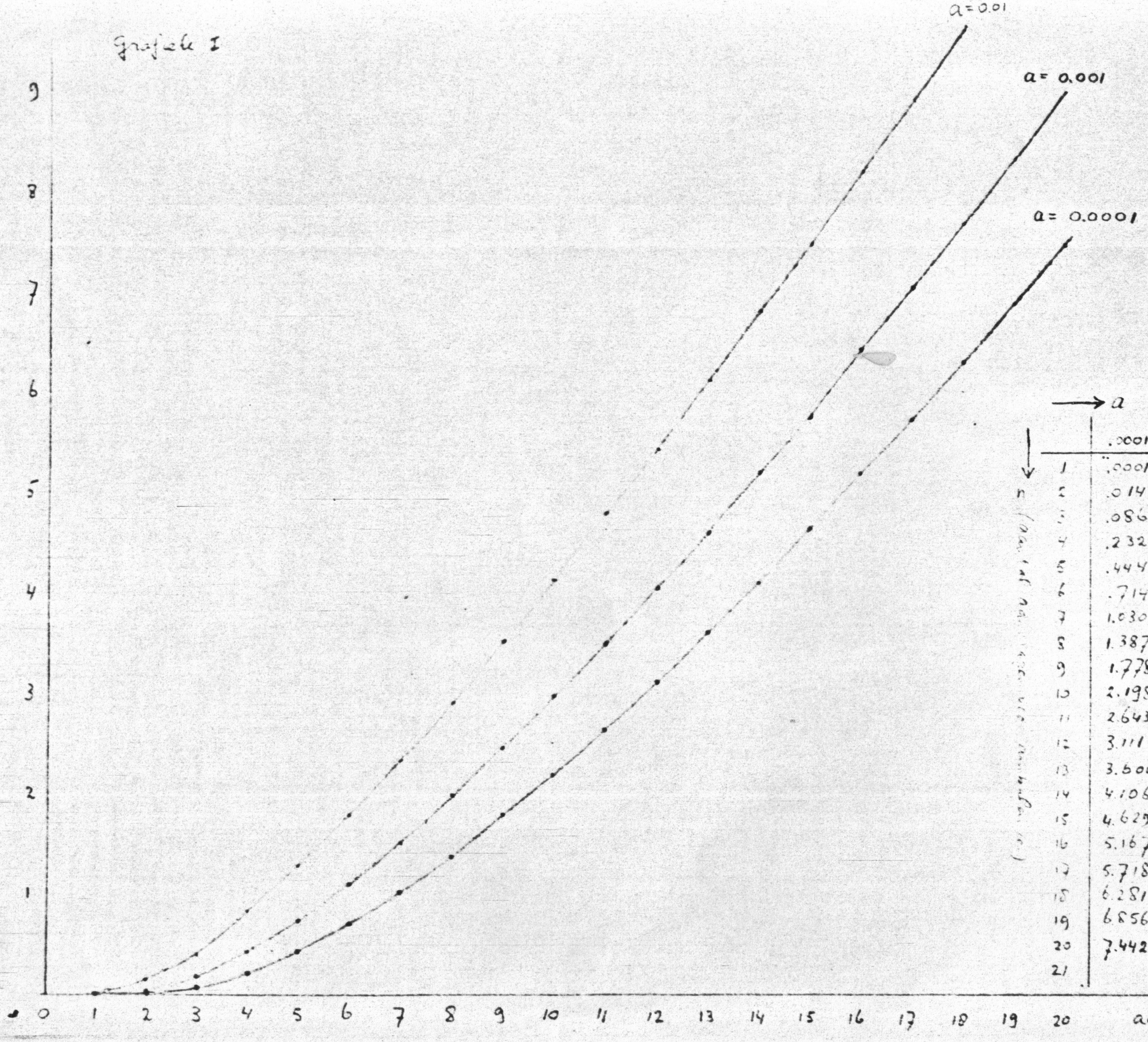
Voor $k = 1, \dots, 20$ en $a = 0{,}1$ ‰, 1 ‰, 0,5 % en 1 % zijn in tabel I de getallen α verzameld.
Deze tabel is verder verwerkt in grafiek I

Uit tabel I en grafiek I is vervolgens tabel II afgeleid.
Men diene hierbij te bedenken, dat het aantal benodigde ambulances gelijk is aan het aantal aanvragen in de gemiddelde rijtijd plus de ambulance, die op het begin tijdstip is gaan rijden.

In de dichtsbevolkte streken is de gemiddelde duur van een ambulancedienst ongeveer de helft van 40 minuten, terwijl in de dunstbevolkte streken dit gemiddelde rond een uur ligt.
Deze variatie van ca 50 % van m, de gemiddelde duur, heeft een variatie van ca. 50 % van $\alpha = \lambda m$ tot gevolg.
Uit de tabellen blijkt dat deze variatie voor het aantal benodigde ambulances een variatie van ca. 20 % betekent.

Leidschendam, 8 december 1976.

Grafiek I



Tabel I

→ a

n ↓	.0001	.001	.005	.010
1	.0001	.001	.005	.010
2	.014	.045	.103	.149
3	.086	.191	.338	.436
4	.232	.429	.672	.823
5	.444	.739	1.078	1.279
6	.714	1.107	1.537	1.785
7	1.030	1.520	2.037	2.330
8	1.387	1.971	2.571	2.906
9	1.778	2.452	3.132	3.507
10	2.198	2.961	3.717	4.130
11	2.643	3.491	4.321	4.771
12	3.111	4.042	4.943	5.428
13	3.600	4.611	5.580	6.099
14	4.106	5.195	6.231	6.782
15	4.629	5.794	6.893	7.477
16	5.167	6.405	7.567	8.181
17	5.718	7.028	8.251	8.895
18	6.281	7.662	8.943	9.616
19	6.856	8.306	9.644	10.346
20	7.442	8.958	10.353	11.082
21				

n (aantal aanvragen ... ambulance)

rayongrootte	$\lambda' = 60\lambda$	m	a	[illegible] $a = 1‰$	$a = 1\%$	a	[illegible] $a = 1‰$	$a = 1\%$
25.000	0,1	40	.067	4	3	.013	3	3
50.000	0,2	40	.133	4	3	.027	3	3
100.000	0,4	40	.267	5	4	.053	4	3
200.000	0,8	40	.533	6	5	.107	4	3
400.000	1,6	40	1.067	7	6	.213	5	4
800.000	3,2	40	2.133	10	8	.427	5	4
1600.000	6,4	40	4.267	14	12	.853	7	6
3.200.000	12,8	40	8.533	21	18	1.707	9	7
	piek belasting					minimale belasting		

Tabel II

opm $\lambda' = 60\lambda$ is het gemiddeld aantal aanvragen per uur